Universidad de Santiago de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Ingeniería Ejecución

Matemáticas II[1] - Una Solución del Taller Nº 1
20 de Abril del 2017
Profesor Ricardo Santander

1. Algunas sugerencias.

- Lea cuidadosamente el problema
- Reconozca lo que es información (dato), de lo que es "incognita", o lo que a usted se le consulta.
- Trate de entender en la forma más clara para usted, lo que se le pide, en particular si puede usar "sinónimos", que le permitan facilitar su respuesta, cuanto mejor!. Este acto nunca esta de más.
- Analice sus datos extrayendo la información que corresponde, orientado por su entendimiento de lo que debe probar.

2. Objetivos

- Estimular la comprensión de lectura en problemas matemáticos
- Clasificar después de leer el problema, entre información y resultado pedido.
- Estimular el uso de una sintaxis adecuada en la resolución de problemas que envuelven conceptos matemáticos
- Aprender a generar un algoritmo eficaz (ojalá eficiente), para responder al problema planteado.

3. Ejercicios Propuestos

(1) Si $z = \ln^4\left[\dfrac{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}}{3x^2+2xy+4y^2}\right]$ y $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& u^2+2uv+v^3 \\ y &=& u^3(1-2v^2)\end{array}\right.$ entonces determine $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial v}$.

Solución

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial z}{\partial u} &= \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u} \\
&= 4\ln^3\left[\frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}}{3x^2+2xy+4y^2}\right]\cdot\frac{3x^2+2xy+4y^2}{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}}\cdot \\
&\quad \frac{(3x^2+2xy+4y^2)\cdot\frac{1}{2}(\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3)))^{-\frac{1}{2}}\cdot\cos(\cos^3(x^2y^3+y^3))\cdot 3\cos^2(x^2y^3+y^3)\cdot(-\operatorname{sen}(x^2y^3+y^3)\cdot 2xy^3}{(3x^2+2xy+4y^2)^2} - \\
&\quad \frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}(6x+2y)}{3x^2+2xy+4y^2}\cdot(2u+2v) \\
&\quad 4\ln^3\left[\frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}}{3x^2+2xy+4y^2}\right]\cdot\frac{3x^2+2xy+4y^2}{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}}\cdot \\
&\quad \frac{(3x^2+2xy+4y^2)\cdot\frac{1}{2}(\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3)))^{-\frac{1}{2}}\cdot\cos(\cos^3(x^2y^3+y^3))\cdot 3\cos^2(x^2y^3+y^3)\cdot(-\operatorname{sen}(x^2y^3+y^3)\cdot(3x^2y^2+3y^2)}{(3x^2+2xy+4y^2)^2} - \\
&\quad \frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}(2x+8y)}{3x^2+2xy+4y^2}\cdot 3u^2(1-2v^2)
\end{aligned}
$$

[1]Cada problema vale 3.0 puntos
Tiempo 90'

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial z}{\partial v} &= \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial v}\\
&= 4\ln^3\left[\frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}}{3x^2+2xy+4y^2}\right]\cdot\frac{3x^2+2xy+4y^2}{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}}\cdot\\
&\quad\frac{(3x^2+2xy+4y^2)\cdot\frac{1}{2}(\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3)))^{-\frac{1}{2}}\cdot\cos(\cos^3(x^2y^3+y^3))\cdot 3\cos^2(x^2y^3+y^3)\cdot(-\operatorname{sen}(x^2y^3+y^3)\cdot 2xy^3}{(3x^2+2xy+4y^2)^2}-\\
&\quad\frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}(6x+2y)}{3x^2+2xy+4y^2}\cdot(2u+3v^2)\\
&\quad 4\ln^3\left[\frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}}{3x^2+2xy+4y^2}\right]\cdot\frac{3x^2+2xy+4y^2}{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}}\cdot\\
&\quad\frac{(3x^2+2xy+4y^2)\cdot\frac{1}{2}(\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3)))^{-\frac{1}{2}}\cdot\cos(\cos^3(x^2y^3+y^3))\cdot 3\cos^2(x^2y^3+y^3)\cdot(-\operatorname{sen}(x^2y^3+y^3)\cdot(3x^2y^2+3y^2)}{(3x^2+2xy+4y^2)^2}-\\
&\quad\frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\cos^3(x^2y^3+y^3))}(2x+8y)}{3x^2+2xy+4y^2}\cdot(-4vu^3)
\end{aligned}
$$

(2) Determine y' usando la regla de la cadena si:

(a) $x\cos^2 y+y^2\operatorname{sen}x=1$

Una solución. Aplicamos la fórmula usual para $F(x,y)=x\cos^2 y+y^2\operatorname{sen}x-1$:

$$
\begin{aligned}
y' &= -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}\\
&= -\frac{\cos^2 y+y^2\cos x}{-2x\cos y\operatorname{sen}y+2y\operatorname{sen}x}\\
&= \frac{\cos^2 y+y^2\cos x}{2x\cos y\operatorname{sen}y-2y\operatorname{sen}x}
\end{aligned}
$$

(b) $e^{2yx^3+xy^2}+x^4(2y^3+3x)=4x^2-5y^2$

Una solución. Aplicamos la fórmula usual para:

$$
\begin{aligned}
F(x,y) &= e^{2yx^3+xy^2}+x^4(2y^3+3x)-4x^2+5y^2\\
&= e^{2yx^3+xy^2}+2x^4y^3+3x^5-4x^2+5y^2
\end{aligned}
$$

e.e.

$$
\begin{aligned}
y' &= -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}\\
&= -\frac{e^{(2yx^3+xy^2)}(6x^2y+y^2)+8x^3y^3+15x^4-8x}{e^{(2yx^3+xy^2)}(2x^3+2xy)+6x^4y^2+10y}
\end{aligned}
$$