Proyecto USA 1402:
“Fortalecimiento de la enseñanza de la Disciplina de Álgebra Lineal, conforme a las necesidades que plantea la formación profesional en el siglo XXI.”
Guía 1 Especial de Ejercicios Usando Scilab

Profesor Ricardo Santander Baeza

Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación
Universidad de Santiago de Chile

Junio del 2015

Guía 1 Especial de Ejercicios Usando Scilab[1]
Coordinación de Álgebra II
Profesores:Maritza Cuevas, Michael Yañez y Ricardo Santander Baeza
Junio del 2015

La persistencia en el Trabajo caracteriza al estudiante "Usachino"

Prefacio

1. Estimados estudiantes, los profesores que componen esta coordinación, les proponen estos ejercicios con el objetivo que a través del trabajo que significa analizarlos, comprenderlos y finalmente resolverlos, consigan en el más breve plazo, generar en vuestros cerebros las conexiones necesarias, para enfrentar en un futuro cercano con singular éxito, situaciones problemáticas que aparecerán en vuestro desempeño como Ingeniero.
2. Además estamos agregando una herramienta, para ayudarlos a conseguir el perfeccionamiento que de ustedes esperamos, el software gratuito Scilab que les permitirá verificar en forma eficiente, los resultados obtenidos por ustedes al estudiar y analizar la solución que obtendréis de dichos ejercicios. Por supuesto que la fortaleza de esta herramienta no está en si misma, sino que en el manejo poderoso que tenga el usuario en la disciplina matemática, en particular en este caso descansa en el conocimiento y comprensión de los conceptos vertidos en nuestra asignatura de Álgebra II.
3. Finalmente creemos también que el perfeccionamiento que cada uno consigue es directamente proporcional al esfuerzo, continuidad, seriedad y persistencia con la que se acomete el trabajo cotidiano que significa ser estudiante, y muy particularmente estudiante de la Universidad de Santiago de Chile.

Ejercicios de Matrices, Determinantes y Sistemas de Ecuaciones Lineales

1. Si consideramos las matrices $A = (a_{ij}) \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(3)$ y $B = (b_{ij}) \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(3)$ tal que para $(i = 1, 2, 3)$ y $(j = 1, 2, 3)$

$$a_{ij} = \begin{cases} i + j & : \text{ si } i = j \\ 2i - j & : \text{ si } i \neq j \end{cases} \quad \wedge \quad b_{ij} = j - i + 1$$

entonces

- Determine el conjunto

$$\mathbb{S} \quad = \quad \{X \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(3) \mid A \cdot X - A^t + 2B = (0)\}$$

- Verifique su resultado usando Scilab (Ver **Apuntes sobre Scilab**).

2. Si $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2)$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2)$ y $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2)$ y

$$\mathbb{E} = \{X \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2) \mid X^2 - 5X + 4I_2 = (0)\}$$

entonces

- Verifique si $A \in \mathbb{E}$, $B \in \mathbb{E}$ e$I_2 \in \mathbb{E}$
- Compruebe el resultado obtenido usando Scilab.

3. Si $A \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n)$ y $B \in \mathbb{U}(\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n))$ y

$$\mathbb{S} = \{X \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n) \mid B^t X^t = (A - XB)^t\}$$

entonces

- Determine $\mathbb{S}$
- Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ entonces determine $\mathbb{S}$. Compruebe su resultado con Scilab.

4. Si $A = (a_{ij}) \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(4)$ tal que

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & : \text{ si } i \neq j \\ \dfrac{i+j}{i \cdot j} & : \text{ si } i = j \end{cases}$$

entonces

- Calcule $\det(A)$
- Compruebe su resultado usando Scilab.

5. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(3)$ y $B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(4)$ entonces
   - Muestre que $A \notin \mathbb{U}(\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(3))$ y $B \notin \mathbb{U}(\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(4))$
   - Verifique sus resultados con Scilab.
6. En la lista de sistemas de ecuaciones lineales que exhibiremos a continuación le solicitamos hacer lo siguiente:
   - Reescribirlos con la notación matricial, es decir de la forma $A \cdot X = B$
   - Aplicar el teorema del rango usando Scilab, con el comando rank() ((Ver **Apuntes sobre Scilab**).
   - Cuando las soluciones existan obtenerlas usando el comando rref() de Scilab. Caso contrario explicar la inconsistencia.

$$(1)\ \begin{array}{rcrcrcr|} 3x & + & 4y & - & 7z & = & 6 \\ 2x & + & y & + & 8z & = & 2 \\ 6x & + & 4y & - & 14z & = & 5 \\ \hline \end{array} \qquad (2)\ \begin{array}{rcrcrcr|} x & + & 2y & + & 37z & = & 6 \\ 3x & + & 4y & + & 5z & = & 2 \\ 5x & + & 4y & - & 3z & = & -18 \\ \hline \end{array} \qquad (3)\ \begin{array}{rcrcrcr|} x & + & 2y & + & 3z & = & 2 \\ x & - & y & + & z & = & 0 \\ x & + & 3y & - & z & = & -2 \\ \hline \end{array}$$

$$(4)\ \begin{array}{rcrcrcr|} x & + & 2y & + & 3z & = & 2 \\ x & - & y & + & z & = & 0 \\ x & + & 3y & - & z & = & -2 \\ 3x & + & 4y & + & 3z & = & 0 \\ \hline \end{array} \qquad (5)\ \begin{array}{rcrcrcr|} x & - & y & + & z & = & 2 \\ x & - & y & + & 2z & = & -1 \\ 2x & & & + & z & = & 3 \\ 3x & - & y & - & z & = & 6 \\ \hline \end{array} \qquad (6)\ \begin{array}{rcrcrcr|} x & + & y & + & z & = & 2 \\ x & + & y & + & 2z & = & -1 \\ 2x & + & 2y & + & 3z & = & 3 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$(7)\ \begin{array}{rcrcrcrcr|} x & + & y & - & 2z & - & w & = & 0 \\ 2x & + & 2y & + & 0z & - & 2w & = & 0 \\ 30x & - & 2y & + & 0z & + & w & = & 0 \\ x & - & y & - & 5z & + & 2w & = & 0 \\ \hline \end{array}$$

BUEN TRABAJO !!!

[1]Un apunte introductorio a este software se encuentra en **Apuntes sobre Scilab**