

Semana a Semana de la Asignatura de Álgebra II Primer Semestre 2015

Profesor Ricardo Santander Baeza

Antecedentes y Descripción de la Asignatura Álgebra II

La asignatura de álgebra II, esta actualmente adscrita al Módulo Básico nuevo Plan de Estudio de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Santiago. La responsabilidad de su gestión es de un Coordinador, enmarcada en los preceptos fijados por las políticas del Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación.

El **Programa Álgebra II** que será realizado en el curso, es el programa oficial que forma parte del Módulo Básico, nuevo Plan de estudio de la Facultad Ingeniería Civil, aplicado desde el año 2012.

El material básico para el curso consiste de el **Texto Guía álgebra II** del Profesor Ricardo Santander Baeza, además de la bibliografía complementaria propuesta en el programa de la asignatura.

Asignatura teórica-práctica que completa el desarrollo de los aspectos fundamentales del álgebra, centrándose en los conceptos y resultados sobre vectores y la potente generalización a espacios vectoriales, la incorporación de los productos interiores y la asociación con transformaciones (aplicaciones) lineales.

Semana 1: Presentación del Curso

- (1) **Principales objetivos y motivaciones del curso**
- (2) Tópicos a desarrollar durante el semestre
- (3) Texto Guía
- (4) Bibliografía complementaria
- (5) **Sistema de evaluación del curso**

Semana 1: Conceptos mínimos de Matrices

- (1) Conjunto de matrices: $M_{\mathbb{K}}(n \times m)$, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ó $\mathbb{K} = \mathbb{C}$
- (2) Operatoria en el conjunto $M_{\mathbb{K}}(n \times m)$: Adición y multiplicación
- (3) Definición de las unidades del anillo $M_{\mathbb{K}}(n)$. Matrices inversas
- (4) Propiedades de las matrices inversas

Semana 2: Conceptos mínimos de Determinantes y Matriz inversa

- (1) Definición de Determinante: Método de Laplace
- (2) Propiedades del Determinante
 - Ejercicios de determinantes
 - Determinación de conjuntos de unidades usando determinantes
- (3) Inversa de una matriz
 - Definición de Matriz de cofactores
 - Propiedades de las matrices de cofactores
- (4) Ejercicios misceláneos de matrices y determinantes:
 - **Guía 1: Matrices y Determinantes**

Semana 3: Conceptos mínimos de Sistemas Lineales

- (1) Definición usual de un Sistema de Ecuaciones Lineales de orden $(n \times m)$
- (2) Transformación de un Sistema de Ecuaciones Lineales en una Ecuación Matricial
- (3) Matriz Ampliada asociada a Sistema de Ecuaciones Lineales de orden $(n \times m)$
- (4) Operaciones elementales de matrices

Semana 4: Conceptos mínimos de Sistemas Lineales y Teorema del Rango

- (1) Rango de una matriz
- (2) Teorema del Rango
- (3) Ejemplos de la aplicación del teorema del rango
- (4) Sistemas homogéneos y no homogéneos
- (5) Ejercicios: Resolución de sistemas lineales usando el teorema del rango:
 - **Guía 2: Sistemas de Ecuaciones Lineales**

Semana 5: Conceptos mínimos de Espacios Vectoriales

- (1) Determinación de soluciones de un sistema “sujetas a condiciones iniciales.”
- (2) Solución de sistemas de orden $(n \times n)$, usando Determinantes
- (3) Cierre: Ejercicios misceláneos de Sistemas de Ecuaciones Lineales

• **Guía 2: Sistemas de Ecuaciones Lineales**

- (4) **Control 1:** $\left\{ \begin{array}{l} \textit{Fecha : Materia:} \left\{ \begin{array}{l} \text{Matrices y Determinantes} \\ \text{Sistemas de Ecuaciones Lineales:} \\ \text{Determinación de soluciones sujetas a condiciones iniciales} \end{array} \right. \\ \\ \textit{Material:} \left\{ \begin{array}{l} \text{Guía 1: Matrices y Determinantes} \\ \text{Guía 2: Sistemas de Ecuaciones Lineales} \\ \text{Situaciones de desempeño: Sistemas de ecuaciones lineales} \end{array} \right. \end{array} \right.$

Semana 6: Conceptos mínimos de Subespacios y Subespacios Generados

- (1) Motivaciones, definición y ejemplos de espacio vectorial: $\mathbb{R}^n, \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m), \mathbb{R}_n[x]$
- (2) Planteamiento del problema de representación de datos
- (3) Subespacios. Definición estructural: Ejemplos en $\mathbb{R}^n, \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m), \mathbb{R}_n[x]$
- (4) Generadores
- (5) Subespacios generados: Ejemplos en $\mathbb{R}^n, \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m), \mathbb{R}_n[x]$

Semana 7: Conceptos mínimos de Base y Dimensión

- (1) Sistemas de generadores: Ejemplos en $\mathbb{R}^n, \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m), \mathbb{R}_n[x]$
- (2) Dependencia e Independencia lineal: Ejemplos en $\mathbb{R}^n, \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m), \mathbb{R}_n[x]$
- (3) Base y Dimensión: Definición. Ejemplos en $\mathbb{R}^n, \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m), \mathbb{R}_n[x]$
- (4) Ejercicios misceláneos: Base y dimensión

Semana 8: Conceptos mínimos de Espacio Coordinado

- (1) Coordenadas. Definición y ejemplos en \mathbb{R}^n , $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (2) Matriz cambio de base. Definición y ejemplos en \mathbb{R}^n , $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (3) Ejercicios misceláneos: Matriz Cambio de Base

- (4) **Control 2:** $\left\{ \begin{array}{l} \text{Materia:} \left\{ \begin{array}{l} \text{Subespacios} \\ \text{Dependencia e independencia lineal} \\ \text{Base y dimensión} \end{array} \right. \\ \text{Material:} \left\{ \begin{array}{l} \text{Guía 3: Espacios Vectoriales} \\ \text{Situaciones de Desempeño: Espacios Vectoriales} \end{array} \right. \end{array} \right.$

Semana 9: Semana de Pruebas Especiales Programadas. PEP 1

- (1) Fecha: Jueves 14 - Mayo - 11.20 horas

- (2) **PEP 1:** $\left\{ \begin{array}{l} \text{Materia:} \left\{ \begin{array}{l} \text{Matrices y Determinantes} \\ \text{Sistemas de Ecuaciones Lineales:} \\ \text{Subespacios} \\ \text{Dependencia e independencia lineal} \\ \text{Base y dimensión} \\ \text{Coordenadas: Matriz Cambio de Base} \end{array} \right. \\ \text{Material:} \left\{ \begin{array}{l} \text{Guía 1: Matrices y Determinantes} \\ \text{Guía 2: Sistemas de Ecuaciones Lineales} \\ \text{Situaciones de desempeño: Sistemas de ecuaciones lineales} \\ \text{Guía 3: Espacios Vectoriales} \\ \text{Situaciones de Desempeño: Espacios Vectoriales} \end{array} \right. \end{array} \right.$

Semana 10: Conceptos mínimos acerca de Producto Interno

- (1) Discusión y Entrega de la Pep 1
- (2) Producto Interno: Motivación, Definición y Ejemplos en \mathbb{R}^n , $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (3) Modelo de dimensión 2 para vectores ortogonales: Gram-Schmidt para dos vectores
- (4) Ejercicios en \mathbb{R}^n , $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (5) Proceso de Ortogonalización de Gram- Schmidt
- (6) Definición de base ortogonal: Ejemplos en \mathbb{R}^n , $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$

Semana 11: Conceptos mínimos acerca de una Base Ortogonal

- (1) Proyección Ortogonal: Definición y ejemplos en \mathbb{R}^n , $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (2) Propiedades básicas: Ejercicios en \mathbb{R}^n , $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (3) Definición de norma inducida por el producto interno: Propiedades básicas de una norma
- (4) Ejercicios en \mathbb{R}^n , $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (5) Definición de Distancia a un Subespacios: Ejercicios en \mathbb{R}^n , $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$

Semana 12: Conceptos mínimos de Distancia a un Subespacio

- (1) Propiedades básicas de una distancia a un Subespacio
- (2) Ejercicios misceláneos de producto interno

$$(3) \text{ Control 3: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Materia: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Producto Interno} \\ \text{Base Ortogonal} \\ \text{Proyección Ortogonal} \end{array} \right. \\ \\ \text{Material: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Guía 4: Producto Interno} \\ \text{Situaciones de desempeño: Producto Interno} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Semana 13: Conceptos mínimos de Transformaciones Lineales 1

- (1) Definición de Transformaciones lineales: Ejemplos en \mathbb{R}^n , $M_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (2) Núcleo e Imagen de un Transformación Lineal
- (3) Caracterización de inyectividad, sobreyectividad
- (4) Ejercicios en \mathbb{R}^n , $M_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (5) Isomorfismo entre espacios vectoriales: Ejercicios en \mathbb{R}^n , $M_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$
- (6) Teorema de la dimensión
- (7) Matriz de una Transformación Lineal: Ejercicios en \mathbb{R}^n , $M_{\mathbb{R}}(n \times m)$, $\mathbb{R}_n[x]$

$$(8) \text{ Control 4: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Materia : } \left\{ \begin{array}{l} \text{Transformaciones lineales} \\ \text{Isomorfismo} \\ \text{Teorema de la dimensión} \end{array} \right. \\ \\ \text{Material : } \left\{ \begin{array}{l} \text{Guía 5: Transformaciones Lineales} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Semana 14: Semana de Pruebas Especiales Programadas. PEP 2

(1) Fecha: Jueves 18 - Junio - 11.20 horas

(2) **PEP 2:** {
Materia: { Proceso de Ortogonalización
 Proyección Ortogonal
 Distancia a un subespacio
 Transformaciones lineales
 Isomorfismos

Material: { Guía 4: Producto Interno
 Situaciones de desempeño: Producto Interno
 Guía 5: Transformaciones Lineales

Semana 15: Semana de Pruebas Especiales Programadas Recuperativas PEP 1 y PEP 2

(1) Fecha: Jueves 25 - Junio - 11.20 horas

Semana 16: Prueba Acumulativa

(1) Fecha: Jueves 02 - Julio - 11.20 horas

(2) **PA:** {
Materia: { PEP 1
 PEP 2

Material: { Guía 1: Matrices y Determinantes
 Guía 2: Sistemas de Ecuaciones Lineales
 Situaciones de desempeño: Sistemas de ecuaciones lineales
 Guía 3: Espacios Vectoriales
 Situaciones de Desempeño: Espacios Vectoriales
 Guía 4: Producto Interno
 Situaciones de desempeño: Producto Interno
 Guía 5: Transformaciones Lineales