



**PROGRAMA DE ESTUDIOS INGENIERÍA CIVIL PLAN 2001**

**Carrera TODAS LAS ESPECIALIDADES**

|                    |                             |                                   |
|--------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| MAC 00 10          | ALGEBRA                     | T =4 E =4 L =0                    |
| Requisitos         | Ingreso                     | Ciencia Básica                    |
| DICTA DEPARTAMENTO | Matemática                  |                                   |
| Autor              | Sr. Ricardo Santander Baeza |                                   |
| Versión            | 20/03/2001                  | Resolución Facultad de Ingeniería |

**CAPACIDADES GENERALES DEL CURSO:**

Al final del curso el alumno podrá:

- 1.- Traducir los datos de un problema práctico a fórmulas algebraicas.
- 2.- Analizar y resolver problemas prácticos usando herramientas algebraicas.
- 3.- Generar algoritmos para la resolución de problemas básicos.
- 4.- Identificar datos, recursos y variables de decisión

**RESUMEN DE UNIDADES TEMÁTICAS (Teoría y Ejercicios)**

| UNIDAD       | TITULO  | Nº HORAS         |
|--------------|---|------------------|
| 1            | Matemática Básica Y Algebra De Los Naturales  | 50               |
| 2            | Funciones trigonometría y geometría analítica | 60               |
| 3            | Estructuras algebraicas                       | 20               |
| 4            | Sistemas lineales                             | 10               |
| 5            | Transformaciones lineales                     | 90               |
| 6            | Algebra discreta                              | 42               |
| <b>Total</b> | <b>34 semanas</b>                             | <b>272 horas</b> |

**PRINCIPALES TEXTOS DE REFERENCIA:**

1. Bello, I. " Álgebra Elemental ", Brooks/Cole Publishing Company 1999
2. Billeke, J. Bobadilla, G. " Cálculo 1 ", Facultad de Ciencia, Universidad de Santiago 1999
3. Biswa Nath Datta, " Numerical Linear Algebra and Applications ", Brooks/Cole Publishing Company. 1995
4. Grimaldi, R. " Matemáticas Discretas y Combinatorias ", Addison Wesley 1997
5. Grossman, S. Álgebra lineal, Mc Graw Hill 1997
6. Kaufmann, J. " Álgebra Intermedia ", Brooks/Cole Publishing Company 2000
7. Kolman, B. Álgebra lineal con Aplicaciones y Matlab, Prentice Hall 1999
8. Swokowski, E. " Álgebra y trigonometría ", Brooks/Cole Publishing Company 1997.
9. Zill, D. " Álgebra y trigonometría ", Mc Graw Hill 1999

## 1.UNIDAD TEMATICA UNO: MATEMÁTICA BÁSICA y ALGEBRA DE LOS NATURALES

### CAPACIDADES A DESARROLLAR:

1. Operar con expresiones algebraicas
2. Operar con polinomios
3. Resolver ecuaciones que contienen radicales
4. Utilizar tablas de verdad para verificar equivalencias
5. Plantear problemas utilizando cuantificadores
6. Operar con sumatorias
7. Resolver problemas usando el método de inducción matemática
8. Determinar rápida y eficientemente los elementos de una progresión mediante un algoritmo.
9. Plantear y Resolver problemas usando progresiones
10. Emplear el concepto de búsqueda instantánea en desarrollos binomiales mediante un algoritmo.

### CONTENIDOS

|   |  |
|---|--|
| <b>1.1.Introducción a los polinomios:</b>   | Exponentes enteros y racionales: Propiedades<br>Polinomios una construcción intuitiva<br>Grado de un polinomio<br>Adición de polinomios<br>Producto de polinomios<br>División de polinomios, factorización<br>Raíces y radicales |
| <b>1.2.Fundamentos de Lógica</b>            | Conectivos básicos y tablas de verdad<br>Equivalencia lógica: Las leyes de la lógica<br>Implicación lógica: Reglas de inferencia<br>Uso de cuantificadores   |
| <b>1.3.Algebra de los números naturales</b> | Sucesiones<br>Principio de inducción matemática<br>Sumatoria y productoria<br>Progresiones aritméticas y geométricas<br>Teorema del binomio<br>Aplicaciones  |

### TÓPICOS A SER EVALUADOS

#### Resolución de problemas que involucran:

- Operatoria de polinomios
- Ecuaciones con radicales
- Construcción de tablas de verdad
- Interpretación de datos y formulación de esta interpretación a través de ecuaciones
- Fórmulas de inducción matemática
- Progresiones
- Determinación de cualquier término de un desarrollo binomial

## 2.- UNIDAD TEMATICA DOS: TRIGONOMETRÍA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

### CAPACIDADES A DESARROLLAR:

- 1.- Analizar y clasificar las relaciones y funciones según sus propiedades
- 2.- Graficar funciones sinusoidales
- 3.- Resolver ecuaciones trigonométricas simples
- 4.- Encontrar soluciones aproximadas de ecuaciones no-algebraicas mediante un análisis de gráfico
- 5.- Resolver problemas prácticos usando trigonometría
- 9.- Operar con vectores geométricos
- 10.- Obtener la ecuación de una recta o un plano ( en forma cartesiana o vectorial) según datos iniciales
- 11.- Plantear problemas de paralelismo y perpendicularidad
- 12.- Reconocer y graficar y las secciones cónicas clásicas, analizar el efecto geométrico de sus parámetros
- 13.- Determinar lugares geométricos en relación a rectas y circunferencias y cónicas

### CONTENIDOS

|                           |   |
|---------------------------|---|
| <b>2.1.- Relaciones</b>   | Producto cartesiano: definición y ejemplos<br>Clasificación de relaciones (Relaciones de equivalencia;<br>Relaciones de orden)  |
| <b>2.2 Funciones</b>      | Definición y ejemplos<br>Dominio e imagen (recorrido)<br>Gráfico de funciones<br>Construcción de funciones<br>Álgebra de funciones<br>Composición de funciones<br>Clasificación cualitativa de funciones:   |
| <b>2.3 Función lineal</b> | Definición y ejemplos<br>Estudio de su gráfico<br>Aplicación a la geometría analítica<br>El plano cartesiano<br>Distancia entre puntos del plano<br>La función lineal vista como un conjunto de puntos<br>Concepto de pertenencia de un punto a la recta<br>Definición de pendiente de una recta<br>Distancia de un punto a una recta<br>Condiciones de paralelismo y perpendicularidad |

|                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| <b>2.4 Funciones trigonométricas</b> | Funciones trigonométricas:<br>Definición y ejemplos<br>Estudio de sus gráficos<br>Identidades fundamentales<br>Fórmulas de suma y diferencia de ángulos<br>Ecuaciones trigonométricas básicas<br>Funciones trigonométricas inversas |
| <b>2.5 funciones cuadráticas</b>     | Definición y ejemplos<br>Estudio de su gráfico<br>Aplicación a la geometría analítica<br>Lugares geométricos: Parábola, elipse e hipérbola  |

### TÓPICOS A SER EVALUADOS

#### Manejo de situaciones que involucran:

- Determinación de clases de equivalencia
- Determinación de dominios e imágenes
- Clasificación cualitativa de funciones
- Paralelismo y perpendicularidad
- Reconocimiento y determinación de los elementos de una cónica
- Gráfico de funciones sinusoidales

#### Resolver problemas que involucran:

- Ecuaciones trigonométricas simples
- Manejo de la trigonometría
- Lugares geométricos en relación a rectas y circunferencias y cónicas

### 3.- UNIDAD TEMATICA TRES: ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS

#### CAPACIDADES A DESARROLLAR:

- 1.- Operar con estructuras algebraicas básicas
- 2.- Realizar algoritmos usando el lenguaje matemático
- 3.- Manejar un lenguaje matemático estructurado útil para plantear y simular problemas en el ámbito de la ingeniería
- 4.- Aplicar técnicas y/o métodos (algoritmos) para resolver problemas básicos de la Ingeniería

#### CONTENIDOS

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| <b>3.1 Grupos</b>                 | Grupo de números: enteros; racionales; reales.<br>Grupo de: n-uplas ( $R_n$ ); matrices; polinomios   |
| <b>3.2 Homomorfismo de grupos</b> | Ejemplos en $R_2$ , $R_3$ , matrices, polinomios y en $Z_n$<br>Núcleo e imagen de un homomorfismo<br>Caracterización de inyectividad y sobreyectividad  |
| <b>3.3 Isomorfismo de grupos</b>  | Ejemplos especialmente en: $R_2$ , $R_3$ , matrices, Polinomios y en $Z_n$  |
| <b>3.4 Anillos</b>                | Definición de anillo<br>Anillo de números enteros<br>Anillo de números racionales<br>Anillo de números reales   |
| <b>3.5 Polinomios</b>             | Raíces de un polinomio<br>Polinomios irreducibles<br>Fracciones parciales   |
| <b>3.6 Matrices</b>               | Inversa de una matriz<br>Determinante<br>Construcción usando el método de Laplace<br>Propiedades<br>Inversión de matrices   |
| <b>3.6 Cuerpos</b>                | Definición<br>Ejemplos clásicos $Q$ , $R$ y $Z_n$ , cuando $n$ es un número primo<br>Ejemplo especial $C$ , el cuerpo de números complejos<br>Operatoria y propiedades básicas<br>Forma polar o trigonométrica<br>Raíces de la unidad (Construcción y ejemplos; Interpretación geométrica; Matriz de Fourier) |

## TÓPICOS A SER EVALUADOS

### Resolver problemas que involucran:

- Operatoria de grupo: neutro inverso, resolución de ecuaciones
- Transformaciones geométricas (Homomorfismos e Isomorfismos de grupos)
- Operatoria de Matrices
- Calculo de determinantes
- Inversión de matrices
- Fracciones parciales
- Operatoria en los números complejos
- Raíces de la unidad y aplicaciones

## 4.- UNIDAD TEMATICA CUATRO: SISTEMAS LINEALES

### CAPACIDADES A DESARROLLAR:

- 1.- Representar matricialmente sistemas de ecuaciones lineales para interpretarlos como filtros.
- 2.- Interpretar el rango de la matriz de coeficientes como el grado de libertad de su sistema asociado.
- 2.- Solucionar sistemas de ecuaciones lineales de orden arbitrario.
- 4.- Plantear problemas modelables y resolubles vía sistemas de ecuaciones .

### CONTENIDOS

|                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| <b>4.1 sistemas de ecuaciones</b>   | Definición y ejemplos de sistemas de ecuaciones lineales de orden $(n \times m)$ |
| <b>4.2 Ecuaciones y matrices</b>    | Notación matricial de un sistema de ecuaciones lineales                          |
| <b>4.3 Soluciones de ecuaciones</b> | Solución matricial de un sistema de ecuaciones                                   |

|                     |  |
|---------------------|--|
| <b>4.4 Matrices</b> | Operaciones elementales de matrices<br>Matriz ampliada de un sistema de ecuaciones<br>Matriz escala reducida por filas<br>Rango de una matriz<br>Teorema del rango (solución de un sistema de ecuaciones lineales)<br>Método de Gauss<br>Problemas de Aplicación |
|---------------------|--|

## TÓPICOS A SER EVALUADOS

### Resolución de problemas que involucran:

- Escalonamiento de matrices
- Cálculo del rango de una matriz
- Planteamiento y solución de sistemas de ecuaciones lineales

## 5.- UNIDAD TEMATICA CINCO: TRANSFORMACIONES LINEALES

### CAPACIDADES A DESARROLLAR:

- 1.- Construir representaciones lineales de vectores mediante el concepto de generador.
- 2.- Analizar la dependencia e independencia lineal de vectores.
- 3.- Representar un vector en el espacio usando el concepto de base (sistema de referencia)
- 4.- Relacionar combinaciones lineales con matrices.
- 5.- Manejar los diversos sistemas de referencia en relación a los cambios de coordenadas .
- 6.- Aplicar el concepto de ortogonalidad, para determinar en forma rápida las coordenadas de un vector.
- 7.- Ortogonalizar un conjunto de vectores para obtener una base ortonormal.
- 8.- Utilizar las proyecciones ortogonales para reducir la complejidad de un problema.
- 9.- Generalizar del prototipo plano cartesiano eje x, eje y (subespacio y su complemento Ortogonal)
- 10.- Determinar de núcleo e imagen de transformaciones lineales
- 11.- Utilizar las Aplicaciones del teorema de la dimensión para clasificar espacios vectoriales
- 12.- Representar matricialmente transformaciones lineales
- 13.- Caracterizar isomorfismos a través de matrices invertibles
- 14.- Determinar los valores y vectores propios de transformaciones lineales
- 15.- Generar de algoritmos incipientes para matrices diagonalizables

**CONTENIDOS**

|   |   |
|---|---|
| <b>5.1 Espacios vectoriales</b>           | Definición y ejemplos<br>Subespacios<br>Generadores de un espacio vectorial<br>Base y Dimensión<br>Espacio coordenado   |
| <b>5.2 Espacios con producto interno:</b> | Definición y ejemplos<br>Concepto de vectores ortogonales<br>Coeficientes de Fourier<br>Bases ortogonales<br>Proceso de ortogonalización de Gram Schmidt<br>Bases ortonormales<br>Norma inducida por el producto interno<br>Proyección ortogonal<br>Distancia de un vector a un subespacio<br>Complemento ortogonal   |
| <b>5.3 Transformaciones Lineales</b>      | Definición de una transformación lineal<br>Construcción y ejemplos de transformaciones lineales<br>Núcleo e Imagen de una transformación lineal<br>Teorema de la dimensión<br>Clasificación de espacios vectoriales (Isomorfismos)<br>Representación matricial de una transformación lineal<br>Valores y vectores propios<br>Criterios básicos de diagonalización |

**TÓPICOS A SER EVALUADOS**

Resolución de problemas que involucran:

- Determinación de la existencia de subespacios
- Analizar de dependencia e independencia lineal de conjuntos de vectores
- Representación de vectores en distintas bases
- Cálculo de matrices cambio de base
- Analizar transformaciones lineales
- Determinación de núcleo e imagen
- Analizar tipos de transformaciones lineales (inyectiva, sobreyectiva, biyectiva)
- Analizar la representación matricial de transformaciones lineales
- Calculo de valores y vectores propios
- Diagonalización de una transformación lineal

**6.- UNIDAD TEMATICA SEIS: ALGEBRA DISCRETA****CAPACIDADES A DESARROLLAR:**

- 1.- Aplicar el algoritmo de la división
- 2.- Reconocer las propiedades de los números primos
- 3.- Aplicar el teorema fundamental de la aritmética
- 4.- Generar partición de los enteros a través de las clases de enteros módulo  $n$
- 5.- Construir cuerpos finitos

**CONTENIDOS****6.1 Los números enteros**

Algoritmo de la división  
Máximo común divisor  
Propiedades básicas de los números primos  
Teorema fundamental de la aritmética  
Los enteros módulo  $n$   
Estructuras cocientes  
Cuerpos finitos

**TÓPICOS A SER EVALUADOS****Resolución de problemas que involucran:**

- Divisibilidad de enteros
- Algoritmo de la división
- Propiedades de los números primos
- Determinación de clases de equivalencia de enteros

**DATOS GENERALES SOBRE EL PROGRAMA**

***El presente programa fue confeccionado por el Departamento de Matemática de la Universidad de Santiago de Chile mediante el trabajo del Profesor:***

***Ricardo Santander***

***El programa fue revisado por el Comité De Carrera De La Facultad de Ingeniería formada por los Profesores***

***Eduardo Barra  
Oscar Bustos  
Heriberto Carrasco  
Jorge Cerda  
Max Chacón  
Horacio Correa  
Omar Gallardo  
Ramón Hernández  
Ricardo Hinojosa***

***Oscar Páez Rivera, Vicedecano,  
presidente de la comisión***

***El actual programa fue aprobado en la reunión ordinaria del Comité De Carrera De La Facultad de Ingeniería del 27-03-2001***

***Oscar Páez Rivera  
Vicedecano***